ANALISIS ABSTRAKSI MATEMATIS MELALUI MATEMATISASI PROGRESIF DENGAN PEMBELAJARAN MATEMATIKA REALISTIK PADA PEMBELAJARAN GEOMETRI

[1]Warsito, [2]Hairul Saleh
[1,2]Universitas Muhammadiyah Tangerang, Jln. Perintis Kemerdekaan I/ 33, Tangerang 15118, Indonesia
e-mail: warsito@umt.ac.id

Abstrak

Tujuan penelitian ini adalah untuk menyelidiki kemunculan karakteristik abstraksi matematis siswa yang mendapatkan PMR-MP. Metode penelitian ini menggunakan sedangkan penelitian kualitatif. Populasi pada penelitian ini adalah seluruh siswa kelas VIII SMPN di Kota Tangerang dan sampel yang digunakan adalah SMPN 2 Kota Tangerang sebagai PS level sedang dan SMPN 16 Kota Tangerang sebagai PS level rendah. Instrumen yang digunakan meliputi tes AbM, pedoman observasi dan wawancara. Hasil penelitian menunjukkan bahwa kajian grounded theory bahwa analisis selected coding dari 7 aspek abstaksi di kategorisasikan menjadi 5 kategori antara lain: (K1) mengidentifikasi karakteristik objek berdasarkan pengalaman langsung atau imajinasi, (K2) membuat generalisasi, (K3) merepresentasi gagasan matematika dalam bentuk simbol atau konsep matematika, grafik, gambar, (K4) membuat koneksi antar proses atau konsep matematika untuk membentuk pengertian baru, dan (K5) mengaplikasikan konsep matematika pada konteks yang sesuai. Peran matematisasi progresif terhadap kemunculan karakteristik abstraksi pada kategori PAM tinggi bahwa siswa mampu menunjukan kemunculan abstraksi sebanyak 7 jenis dengan rata-rata kemunculan sebesar 45,791. Pada PAM sedang, kemunculan abstraksi sebanyak 6 jenis karakteristik abstraksi dengan rata-rata kemunculan abtraksi sebesar 25,426. Sedangkan pada kategori PAM rendah, kemunculan abstraksi sebanyak 5 jenis karakterisktik abstraksi dengan rata-rata kemunculan sebesar 17,474. Peran PMR-MP terhadap kemunculan abstraksi matematis pada PAM tinggi yang lebih besar dan bervariasi dibandingkan dengan PAM sedang sedang dan rendah.

Kata Kunci: abstraksi matematis, pembelajaran matematika realistik, matematisasi progresif

Abstract

The purpose of this study was to investigate the emergence of the characteristics of Mathematical Abstraction (AbM) for students who received PMR-MP. This resaerch method qualitative research used grounded theory. The population in this research were all students of class VIII SMPN in Tangerang City. The sample used was SMPN 2 Tangerang City as a medium school's ranks (PS) and SMPN 16 Tangerang City as a lowlevel school's ranks. The instruments used included, AbM test, the observation and interview guidelines. The results showed in a grounded theory study that analysis of selected coding from 7 abstaction aspects is categorized into 5 categories, namely: (K1) identifying the characteristics of the object directly or imagination, (K2) generalization, (K3) representing mathematical ideas in the form of symbols, graphics, images; (K4) make connections between mathematical concepts to form new meanings, and (K5) apply mathematical concepts to the appropriate context. In high PAM level, the role of Progressive Mathematics in the emergence of AbM characteristics is that students can show all AbM characteristics with an average occurrence of 45,791. In moderate PAM, the appearance of AbM is six types of AbM characteristics with an average occurrence of 25,426. While at low PAM level, the appearance of abstraction is 5 types of abstraction characteristics with an average occurrence of 17,474. The role of PMR-MP on the appearance of AbM in high PAM is greater and varied compared to moderate PAM and low PAM.

Keywords: mathematical abstraction, realistic mathematical learning, progressive mathematics

PENDAHULUAN

Abstraksi merupakan proses yang mendasar dan penting dalam matematika dan pendidikan matematika dalam pembentukan matematika formal atau konsep matematika. Hal ini sesuai dengan pendapat Ferrari (2003) bahwa keberadaan proses abstraksi merupakan suatu keharusan pada proses pembelajaran matematika, karena proses abstraksi berperan penting dalam pembentukan konsep-konsep matematika. Proses abstraksi tersebut menggambarkan sebagai aktivitas rutin yang mengarah kepada pembentukan makna baru yaitu melalui proses mengorganisasikan dan merestrukturisasi kembali pengetahuan matematika ke dalam struktur baru. Struktur baru tersebut terbentuk berdasarkan model sebelumnya yang memiliki hubungan dengan masalah-masalah kontektual dalam sehari-hari, dalam hal ini Hershkowitz,R., Schwarz dan Dreyfus (2001) menyatakan proses abstraksi tersebut dilakukan karena suatu kebutuhan dan keinginan dalam menyelesaian masalah yang dihadapi tiap hari. Berdasarkan pendapat para peneliti matematika tersebut hal ini menunjukan bahwa abstraksi merupakan sebuah proses kognitif yang berlangsung ketika seorang mempelajari konsep matematika. Kemampuan seseorang untuk dapat melakukan proses kognitif tersebut dikatakan sebagai suatu kemampuan abstraksi. Dengan kata lain, abstraksi matematis merupakan kemampuan yang mendasar dan mendukung terhadap pembentukan konsep matematis.

Proses pembentukan konsep matematika dengan melibatkan aktifitas pengorganisasian ulang pengetahuan-pengetahuan matematis yang sudah dikontruksi sebelumnya disebut abstraksi (Hershkowitz, et.al, 2001; Hasanah, 2010). Abstraksi pada makna tersebut menggambarkan sebagai suatu proses pembentukan konsep matematika. Oleh karena itu pembelajaran matematika idialnya mampu mengantarkan siswa untuk melakaukan dan mengalami dalam pembentukan konsep matematika yang disebut sebagai proses abstraksi. Makna abstraksi tidak unik, maka beberapa peneliti matematika memberikan makna lain abstraksi yaitu abstraksi sebagai produk atau sebagai hasil objek mental dari suatu proses abstraksi berupa konsep matematika (Mitchelmore & White, 1995). Munculnya produk akhir dari suatu proses matematika tersebut adalah objek matematika yang merupakan representasi dari konsep matematika. Oleh karena itu, dengan memiliki kemampuan dasar matematis tersebut dapat dirasakan manfaat matematika dalam kehidupan sehari-hari, yaitu permasalahan matematika yang disajikan dalam konteks situasi dunia nyata dapat di formulasikan secara abstrak melalui proses abstraksi.

Pada bidang pendidikan matematika, penelitian terkait dengan abstraksi dalam pembelajaran matematika belum banyak dilakukan. Hal ini disebabkan jumlah referensi terkait dengan abstraksi dalam pembelajaran matematika masih sedikit jumlahnya (Mithchelmore & White, 2004). Sebagian besar kajian tentang abstraksi yang sudah dilakukan oleh pakar pendidikan matematika sebelumnya masih bersifat teoretis tentang penjelasan kemunculan teori-teori abstraksi dan penambahan atau penguatan terhadap teori abstraksi sebelumnya. Sedangkan dalam penelitian implementasi abstraksi pada proses pembelajaran baru yang melakukan adalah Subedi (2014) dengan pendekatan kualitatif. Pada penelitian tersebut, Subekti mengamati aktifitas abstraksi dan mengamati penurunkan abstraksi pada proses pembelajaran yang dlakukan oleh guru.

Fakta rendahnya kemampuan matematis tersebut salah satunya dari data hasil hasil laporan prestasi siswa Indonesia dari PISA (Programme for International Student Assessment) bahwa Indonesia sejak bergabung tahun 2000 dalam PISA sampai tahun 2015, peringkat hasil belajar matematisa siswa Indonesia tidak ada perubahan yang berarti dan selalu menduduki urutan 10 besar terbawah di antara negara-negara peserta lainnya. Selain itu, jika dilihat berdasarkan level kemampuan matematis dalam PISA tahun 2009, menunjukan 33,1% kemampuan siswa Indonesia hanya bisa mengerjakan soal jika pertanyaan dari soal kontekstual diberikan secara eksplisit serta semua data yang dibutuhkan untuk mengerjakan soal diberikan secara tepat (Wijaya, 2012). Kemampuan ini setara dengan Level 1 yaitu para siswa dapat menjawab pertanyaan yang konteksnya umum dan dikenal serta semua informasi yang relevan tersedia dengan pertanyaan yang jelas. Mereka bisa mengidentifikasi informasi dan menyelesaikan prosedur rutin menurut instruksi yang eksplisit. Mereka dapat melakukan tindakan sesuai dengan stimuli yang diberikan. Sedangkan siswa Indonesia hanya sebesar 0,1 % yang mampu pada soal-soal PISA yang membutuhkan kemampuan mengembangkan, mengerjakan pemodelan matematika yang menuntut kemampuan berpikir matematis dan penalaran (Wijaya, 2012).

Oleh karena itu, Ruseffendi (2006) menyarankan agar dalam menerangkan suatu masalah matematika sedapat mungkin supaya dimulai dengan menggunakan konteks atau benda-benda nyata dan bisa mengkaitkan dengan kehidupan nyata siswa sehari-hari. Pembelajaran matematika yang berorientasi pada pengalaman matematika sehari-hari (mathematize of everyday experience) dan menerapkan matematika dalam kehidupan sehari-hari adalah pembelajaran matematika realistik (PMR). Dalam hal ini siswa secara aktif diberi kesempatan untuk menemukan kembali (reinvent) suatu konsep matematika melalui bimbingan guru (Gravemeijer, 1994). Gagasan ini sejalan dengan filosofi konstruktivis, bahwa anak-anak mulai berfikir konkret dengan kemampuan kognitif yang terbatas dalam memahami abstraksi. Ketika mereka tumbuh level kognitif maka mereka akan berpikir abstrak secara bertahap. Dalam tradisi konstruktivis, pengetahuan dipandang sebagai sesuatu yang tidak langsung ditularkan dari pengajar kepada pelajar tetapi juga secara aktif dibuat oleh pelajar berdasarkan pengetahuan yang diperoleh sebelumnya, pengalamanya dan level berpikir serta sebagai konteks yang mereka kenal (Hershkowitz, Schwarz & Dreyfus, 2001). Jika peserta didik mengkontruksi konsep matematika berdasarkan pengetahuan yang dimiliki (PAM) maka di perhatikan metode pembelajaran atau cara untuk menyampaikan pengetahuan kepada siswa (Subedi, 2014).

Gagasan utama PMR adalah matematika sebagai aktivitas manusia (human activity) yaitu matematika bukan sebagai suatu produk jadi, melainkan sebagai suatu proses. Proses belajar dengan PMR bermula dari suatu konteks untuk menemukan konsep matematika dengan mengkontruksi sendiri model-model matematika melalui proses matematisasi, kemudian menggunakan model matematika untuk menyelesaikan masalah kontekstual (Gravemaijer, 1994, 2011) dan (Kairudin & Darmawijoyo, 2011). Menurut Traffer (1987), Putten, et.al (2005) proses skemasisasi yang dibentuk menekankan kepada bentuk karakteristik yang informal yang bervariasi, aritmatik yang fleksibel, dan dugaan dalam menentukan model matematika. Pada pembelajaran matematika realistik, maka sering disebut matematika progresif. Proses matematisasi progresif terjadi ketika proses matematisasi vertikal yaitu bentuk proses formalisasi konsep matematika dari model matematika yang diperoleh dari matematisasi horisontal (Wijaya, 2012). Oleh karena itu, dengan orentasi untuk proses membangun matematika berdasarkan level sebelumnya dengan pendekatan matematika realistik maka diterapkan pembelajaran matematika realistik melalui matematisasi progresif (PMR-MP).

Berdasarkan kajian di atas, bahwa proses belajar dengan PMR berdasarkan prinsip, karakteristik, dan matematisasi progresif sangat penting manakala arah dari PMR menekankan pada matematisasi progresif untuk mengetahui abstraksi matematis berdasarkan peringkat sekolah (PS), pengetahuan awal matematika (PAM). Data peringkat sekolah tingkat SMPN di Kota Tangerang dilakukan pada pada PS sedang dan rendah yang dijadikan sebagai tempat penelitian karena kedua PS menggunakan kurikulum yang sama. Data PAM siswa bertujuan untuk mengetahui kemampuan matematika siswa sebelum penelitian dilakukan dan untuk mengklasifikasikan siswa ke dalam kategori PAM tinggi, PAM sedang, dan PAM rendah pada kelas yang mendapatkan PMR-MP maupun kelas yang mendapatkan PB. Aspek kemunculan abstraksi matematis dilakukan yaitu dengan pendekatan kualitatif. William (2007), dan Gusev (2004) secara terpisah telah melakukan penelitian tentang abstraksi secara intensif dengan menggunakan pendekatan kualitatif untuk mengkaji lebih jauh tentang proses abstraksi yang terjadi pada siswa Sekolah Menengah Pertama (SMP). Pada penelitian tersebut, mereka memotret proses pembelajaran yang berlangsung melalui serangkaian observasi dan wawancara secara intensif terhadap beberapa siswa untuk menganalisis proses abstraksi yang terjadi dalam proses pembelajaran di kelas. Pada tahap kedua penelitian kualitatif ini dilakukan dengan jenis grounded teory yang terdiri dari open coding, selected coding, dan theorycal coding. Pada tahap open coding, berisi tentang kategori-kategori kemunculan abstraksi dari jawaban siswa. Selected coding untuk mencari kategori inti lewat wawancara oleh beberapa siswa yang dipilih berdasarkan sampel teoritis dan hasil jawaban siswa. Theorycal coding digunakan mencari kesimpulan akhir terhadap temuan teori abstraksi berdasarkan hasil selected coding. Tujuan penelitian tahap kedua ini adalah mengetahui kemunculan abstraksi matematis siswa yang mendapatkan PMR-MP berdasarkan kategori PAM siswa. Menjawab tujuan penelitian tersebut, perlu dilakukan suatu studi yang intensif dengan melihat lebih detail proses yang terjadi ketika siswa menyelesaikan suatu masalah yang memungkinkan terlihatnya kemunculan abstraksi matematis berdasarkan PAM.

METODE PENELITIAN

Pada tahap kualitatif, penelusuran terhadap abstraksi matematis dilakukan melalui analisis *grounded theory*. Jones dan Alony (2011) mengungkapkan 3 tahapan *grounded theory*, mencakup: *open coding, selective coding* dan *theoretical coding*. Pada tahap *open coding*, analisis dilakukan terhadap jawaban siswa dalam abstraksi matematis, kemudian dikelompokkan berdasarkan indikator abstraksi matematis yang muncul. Analisis kategori inti selanjutnya dilakukan pada tahap *selective coding* untuk menyelidiki kemungkinan beberapa kategori yang bisa disatukan menjadi kategori baru. Pada tahap *theoritical coding*, pengajuan konjektur dilakukan berdasarkan triangulasi melalui wawancara dan dokumentasi.

Sedangkan instrumen penelitian yang digunakan untuk mengumpulkan data kualitatif terdiri dari lembar observasi siswa, lembar observasi guru/peneliti, dokumen berupa hasil pekerjaan siswa, pedoman wawancara, foto dan hasil rekaman vidio selama kegiatan pembelajaran, dan peneliti sendiri sebagai instrumen penelitian utama.

Karakteristik dan Aspek Abstraksi Matematis

Menurut Piaget (Gray dan Tall,2007) terdapat tiga bentuk abstraksi, yaitu abstraksi empiris (*empirical abstraction*), abstraksi empiris semu (*pseudo-empical abstraction*), dan abstraksi reflektif (*reflective abstraction*). Menurut Piaget abstraksi empiris (*empirical abstraction*) adalah proses memperoleh pengetahuan dari sifat-sifat berbagai macam objek (Dubensky,1991). Pengetahuan yang diperoleh siswa berdasarkan pengalaman-pengalaman yang muncul yang bersifat internal. Abstraksi empiris (*empirical abstraction*) ini memfokuskan cara siswa untuk mengkontruksi arti sifat-sifat objek dari hal khusus ke hal umum. Oleh karena itu, berdasarkan Peaget (Tall,2002) abstraksi empiris (*empirical abstraction*) dapat mengantarkan pada kemampuan menurunkan sifat-sifat umum suatu objek dan pada perluasan generalisasi. Abstraksi empiris semu (*pseudo-empical abstraction*) berdasarkan Piaget (Tall,2002, Dubensky, 1991) merupakan pertengahan antara abstraksi empiris dan abstraksi reflektif. Abstraksi empiris semu (*pseudo-empical abstraction*) memfokuskan pada perlakuan terhadap objek dan sifat-sifat dari perlakuanya. Hal terjadi ketika subjek dihadapkan pada suatu objek kemudian menemukan sifat-sifat objek melalui proses membayangkan suatu tindakan yang dikenakan pada objek tersebut. Sedangkan abstraksi reflektif (*reflective abstraction*) merupakan suatu konsep yang dikenalkan oleh Piaget (Tall,2002; Dubensky,1991) untuk menjelaskan konstruksi struktur logika seseorang dalam pengembangan kognitif dalam mempelajari suatu konsep. Abstraksi reflektif ini memfokuskan pada ide tentang tindakan pada objek dan operasi menjadi objek tematik pada pemikiran atau asimilasi yang berkaitan dengan kategori operasi mental dan abstraksi terhadap objek mental.

Teori lain tentang bentuk abstraksi menurut Mitchelmore & White, (2007), terdapat dua abstraksi yaitu abstraksi empiris dan abstraksi teoritis. Pada proses abstraksi empiris, pembentukan pengertian tentang suatu objek yang abstrak berdasarkan pada pengalaman empiris. Konsep abstraksi empiris diturunkan dari konsep Skemps yaitu konsep abstraksi dimulai dari pengakuan atau penerimaan kesamaan karakteristik yang selanjutnya dijadikan dasar untuk melakukan sebuah klasifikasi kesamaan dalam sebuah objek yang baru. Adapun contoh bentuk konsep abstraksi empiris adalah abstraksi yang disampaikan oleh Skemp dan konsep abstraksi empiris yang disampaikan oleh Piaget (Mitchelmore dan White, 2007). Kedua proses abstraksi tersebut didasarkan pada pengamatan dan pengalaman sosial dan fisik dari anak, sehingga dikenal sebagai abstraksi empiris.

Sedangkan bentuk abstraksi teoretis bersumber dari dua psikolog yang berasal dari Soviet yaitu Vygotsky dan Davydov. Inti abstraksi teoretis terdiri dari pembentukan konsep-konsep yang disesuaikan dengan beberapa teori. Davydov mencatat bahwa konsep teoritis adalah dihasilkan berdasarkan analisis mental tentang hubungan antar objek. Vygotsky membedakan antara makna konsep dalam konteks kehidupan sehari-hari dengan makna konsep dalam konteks bidang ilmiah. Menurut Vygotsky, konsep dalam konteks kehidupan sehari-hari dibentuk melalui proses abstraksi empiris. Adapun pembentukan konsep-konsep ilmiah terdiri atas tiga aspek yaitu: penetapan sebuah sistem dari berbagai relasi di antara konsep-konsep, kesadaran dari aktivitas mental seseorang, dan penetrasi ke dalam suatu esensi dari objek justru akan memperkaya realitas yang dipresentasikan dalam konsep tersebut, bukan sebaliknya (Mitchelmore dan White, 2007).

Jika pernyataan tersebut dicermati, maka terlihat bahwa walaupun terdapat perbedaan konsep antara abstraksi empiris dan abstraksi teoretis, tetapi keduanya merupakan bagian penting dan tidak terpisahkan dari proses belajar matematika. Dalam proses belajar matematika kedua proses abstraksi tetap harus terjadi. Dalam proses pembelajaran matematika, terdapat tiga hal yang terjadi berkaitan dengan proses abstraksi yang dialami siswa, yaitu: mereka belajar sebuah konsep empiris, mereka belajar tentang sebuah objek matematis dan mereka belajar tentang hubungan antara konsep empiris dan objek matematis. Atau sebaliknya, mereka belajar tentang objek matematis, mereka belajar tentang konsep empiris dan mereka belajar tentang hubungan keduanya. Berdasarkan kondisi tersebut, baik abstraksi empiris maupun teoretis keduanya merupakan proses fundamental dalam proses belajar matematika (Ferrari, 2003).

Berdasarkan pengertian abstraksi tersebut maka karakteristik abstraksi matematika dapat dilihat pada aktifitas berikut:

1) mengidentifikasi karakteristik objek melalui pengalaman langsung;
2) mengidentifikasi karakteristik objek yang dimanipulasikan atau diimajinasikan;
3) membuat generalisasi;
4) merepresentasikan gagasan matematika dalam bahasa dan simbol-simbol matematika;
5) melepaskan sifat-sifat kebendaan dari sebuah objek atau melakukan idealisasi;
6) membuat hubungan antarproses atau konsep untuk membentuk suatu pengertian baru; mengaplikasikan konsep pada konteks yang sesuai;

HASIL DAN PEMBAHASAN

Berdasarkan hasil analisis *grounded theori* dari tahap *open coding, selective coding,* dan *theoretical coding* bahwa proses abstraksi matematis siswa yang mendapatkan dengan PMR-MP memberikan hasil yang lebih baik daripada siswa yang mendapatkan dengan PB. Hal ini dikarenakan proses pembelajaran dengan PMR-MP, sesuai prinsip dan karakteristik pendidikan matematika realistik menekankan proses membangun konsep matematis dari konteks nyata menjadi konsep matematika berdasarkan pengalaman dan pengetahuan yang sudah dimiliki. Proses matematisasi progresif dalam membangun konsep matematika dilakukan dengan cara menggunakan konsteks nyata sebabagai bentuk informal menuju formal. Oleh karena itu, dalam belajar matematika siswa diberikan kesempatan untuk mengalami sendiri dalam membangun model matematika. Proses ini sesuai dengan tahapan penyusunan konsep matematika berdasarkan **Gravemeijer (1994)** yang terdiri dari tahap situasional, referensional, general, dan formal.

Salah satu implementasi prinsip PMR adalah menyusun model dengan menggunakan konteks berdasarkan model yang telah dibentuk. Demikian khusus untuk konteks awal yang dugunakan dalam membangun model matematika dilakukan untuk memberikan stimulus dalam memberikan perubahan pengetahuan informal menuju formal, dengan cara anak mengontruk seperti model, skema, notasi (Van Nes, 2009). Proses awal dengan menggunakan konteks ini akan memberikan inspirasi dan strategi (Gravemeijer, 1994), matematisasi progresif untuk bergerak secara efisien dari level berfikir satu ke level lain melalui matematisasi (Zulkardi, 2002). Oleh karena itu, situasi pengetahuan matematika tertentu menjadi suatu model off, kemudian yang berkaitan dengan konsep matematika adalah model for (Gravemejer, 1994, 2010). Berdasarkan riset tersebut, penting kiranya proses pembelajaran dilakukan dengan memberikan masalah nyata dalam membangun pengetahuan matematika.

Pengembangan dan strategi model matematika dipengaruhi oleh konteks permasalahan yang diberikan. Pada tahap situasional (S), proses pembelajaran siswa dimulai diberikan konteks masalah sehari-hari. Misalnya siswa diberikan masalah untuk menentukan masalah sifat-sifat bentuk kado, menentukan luas pembungkus kado, menentukan jumlah tumpukan dus disuatu mobil box. Ketika siswa berhadapan langsung dengan suatu masalah nyata dan siswa langsung menyelesaikan menemukan solusi berdasarkan situasi. Perubahan ada konteks situasi yang digunakan, misalnya dilakukan perubahan konteks berdasarkan situasi yang menyerupainya misalnya dengan mengubah masalah sehari-hari menjadi konteks yang serupa seperti kubus atau balok adalah tahap situasional. Dengan kata lain, proses pemodelan dimana pengetahuan dan model masih berkembang dalam konteks situasi masalah yang digunakan merupakan bentuk tahap situasional. Berdasarkan 5 soal abstraksi yang diberikan, kemunculan abstraksi yang berdasarkan karakteristik level situasional adalah L1.

Pada tahap referensial (R), model dan strategi yang di kembangkan siswa tidak ada di dalam konteks situasi melainkan sudah merujuk pada konteks. Pada tahap ini siswa membuat model untuk mengembangkan situasi konteks sehingga hasil pemodelan pada level ini di sebut sebagai model dari situasi atau *model off.* Aktifitas atau kegiatan yang dilakukan siswa untuk menyelesaikan masalah berdasarkan pengetahuan lain yang dimiliki oleh siswa atau berdasarkan wawasan sebelumnya sehingga akan menghasilkan berbagai macam cara. Misalnya hasil penyusunan model jaring-jaring kubus atau balok dengan berbagai macam bentuk jaring-jaring. Berdasarkan tahapan ini, dalam menyelesaikan soal abtraksi kemunculan abtarksi yang menggambarkan adanya tahapan referensional adalah identifikasi karakteristik objek yang dimanipulasi atau diimajinasikann (L2), merepresentasikan gagasan matematika dalam bahasa dan simbol matematika (L4), melepaskan sifat-sifat kebendaan dari suatu objek (L5).

Tahapan general (G), merupakan bentuk pengembangan model yang di kembangkan siswa sudah mengarah pada pencarian solusi secara matematis. Pada tahap atau level ini model matematika yang terbentuk untuk penyelesaian masalah merupakan bentuk model yang pengembangan dari bentuk referensional. Pada tahap ini menghasilkan suatu konsep matematika terkait masalah yang dihadapi, misalnya menemukan pola jaring-jaring dan dapat membedakan jaring-jaring dan bukan jaring-jaring. Dalam hal ini, ada masalah matematika maka yang lain dapat diperumum solusinya dari kasus tersebut. Pada tahap general ini, maka kaitan kemunculan abstraksi berdasarkan penyelesaian masalah matematika antara lain membuat generalisasi yaitu membentuk gagasan atau kesimpulan (L3).

Tahap formal (F) merupakan tahap perumusan dan penegasan konsep matematika yang di bangun oleh siswa. Pada tahap ini, siswa sudah bekerja dengan menggunakan simbol dan representasi matematik serta menerapkan matematisasi formal, misalnya menghasilkan atau menggunakan rumus matematika untuk kasus menyelesaikan permasalahan matematika. Oleh karena itu, pada tahap ini kemunculan abstraksi berdasarkan tahap formal adalah siswa mampu membuat hubungan antar proses atau konsep untuk membentuk pengertian baru (L6), dan siswa mampu mengaplikasikan konsep pada konteks yang sesuai (L7). Berdasarkan hasil *open coding* kemunculan abstraksi matematis pada kelas yang mendapatkan pembelajara PMR-MP berdasarkan PAM disajikan pada Tabel 1 di bawah ini

Tabel 1. Kemunculan Abstraksi Berdasarkan PAM

Kategori PAM	Kode Abstraksi							Rataan
	L1	L2	L3	L4	L5	L6	L7	
Tinggi	66,071	14,286	78,571	17,857	62,500	17,857	63,393	45,791
Sedang	60,973	0	43,582	16,460	13,561	8,903	34,507	25,426
Rendah	47,321	0	13,393	12,500	17,857	0	31,250	17,474

Berdasarkan Tabel 1 di atas, kemunculan abstraksi matematis berdasarkan PAM menunjukan bahwa pada kategori PAM tinggi siswa mampu menunjukan kemunculan abstraksi dari L1 sampai L7 dengan rata-rata kemunculan sebesar 45,791. Pada kategori PAM level sedang, tingkat kemunculan abstraksi yaitu dari 7 abstraksi hanya 1 abstraksi yang tidak muncul yaitu L2 dengan rata-rata kemunculan abtraksi sebesar 25,426. Sedangkan pada kategori PAM rendah, kemunculan abstraksi ada 5 karakterisktik abstraksi yang muncul dan ada 2 jenis abstraksi yang tidak muncul yaitu L2, dan L6 dengan rata-rata kemunculan abstraksi sebesar 17,474. Hasil tersebut menunjukan pengetahuan awal matematis siswa memberikan pengaruh terhadap kemampuan abstraksi siswa, yaitu kemunculan abstraksi yang lebih besar dan bervariasi dibandingkan dengan PAM sedang sedang dan rendah. Hal ini sesuai dengan penelitian Prastiti (2007), bahwa PAM memberikan pengaruh terhadap kemampuan matematis siswa.

Sedangkan hasil *open coding* kemunculan karakteristik abstraksi matematis pada kelas eksperimen berdasarkan PS level sedang dan PS level rendah disajikan pada Tabel 2 di bawah ini

Tabel 2. Proses Kemunculan Abstraksi Berdasarkan PS

Kemunculan Abstraksi	PS Sedang Kelas Eksperimen	PS Rendah Kelas Eksperimen
L1	19	21
L2	1	-
L3	16	11

L4	9	3
L5	14	13
L6	3	3
L7	33	5
JUMLAH	**95**	**57**

Berdasarkan Tabel 2, kemunculan karakteristik abstraksi pada kelas eksperimen yang mendapatkan pembelajaran PMR-MP lebih banyak dan bervariasi dibanding PS rendah. Berdasarkan PS level sedang di kelas eksperimen pada tahap *open coding* ada 7 jenis abtraksi antara pada kode antraksi L1, L2, L3, L4, L5, L6, dan L7. Sedangkan berdasarkan PS level rendah, tahap *open coding* kemunculan karakteriktik abstraksi di kelas eksperimen yang mendapatkan pembelajaran PMR-MP ada 6 jenis abstraksi yaitu kode L1, L3, L4, L5, L6, dan L7. Secara keseluruhan kemunculan karakteristik abstraksi yang muncul pada proses abstraksi dari 8 aspek abstraksi yang muncul sebanyak 7 jenis abstraksi. Hasil ini sesuai dari penelitian sebelumnya yang dilakukan oleh Hasanah (2012), bahwa siswa SMP proses abstraksi pada aspek abstraksi memanipulasi objek yang abstraks tidak muncul.

Sedangkan jika dilihat kemunculan abstraksi tiap soal pada kelas yang mendapatkan PMR-MP di PS sedang dan kelas yang mendapatkan PMR-MP di PS rendah berdasarkan tahapan membangun konsep matematika Graemajer dapat dianalisis bahwa soal nomor 1 pada PS sedang, kemunculan abstraksi memiliki korelasi antara PAM dan peran matematisasi progresif. Pada PAM tinggi, siswa mampu membangun model matematika berdasarkan kemunculan abstraksi berdasarkan sampai level formal. Disamping itu, variasi kemunculan abstraksi pada PAM tinggi lebih banyak dibanding dengan siswa di PAM sedang dan rendah. Sedangkan pada kategori PS rendah, kemunculan karakteristik abstraksi berdasarkan tahapan membangun model, bahwa siswa mampu menyelesaikan masalah matematika sampai pada level referensional. Hal yang sama pada soal nomor 4, bahwa kemunculan karakteristik abstraksi pada PS sedang dan rendah menunjukan pada PAM tinggi siswa mampu menyelesaiakan masalah matematika sampai level formal. Sedangkan pada PAM sedang dan rendah, siswa hanya mampu menyelesaikan masalah matematika dengan menggunakan tahap atau level referensional.

Hal sama pada PS sedang dengan soal nomor 2 dan 5 menunjukan peran matematisasi progresif memberikan hasil kemunculan karakteristik abstraksi masing-masing level PAM sama yaitu level referensional dan formal. Kondisi ini menunjukan bahwa siswa mampu menyelesaina masalah matematika berdasarkan level referensional dan formal. Sedangkan pada PS level rendah, siswa mampu menyelesaiakan masalah matematika yang diberikan dengan tahap atau level formal, adapun pada PAM sedang dan rendah siswa mampu menyelesaikan masalah matematika sampai level referensional. Jika dilihat berdasarkan kemampuan abstraksi dan prosentasi kemunculan karakteristik abstraksi pada Tabel 4.86, bahwa pada PAM level tinggi memiliki hasil yang lebih besar dibandingkan PAM level sedang dan rendah. Kondisi ini menggambarkan matematisasi progresif dan PAM memberikan pengaruh terhadap kemunculan abstraksi. Hasil tersebut juga ditunjukan dari penelitian Dochy (1996) pengetahuan awal siswa menentukan hasil penelitian dengan kata lain PAM berkontribusi secara signifikan terhadap nilai hasil belajar matematika. Sedangkan pada aspek peringkat sekolah, penelitian Saragih (2007) menyimpulkan bahwa siswa SMP pada sekolah level sedang yang mendapat pembelajaran PMR lebih baik hasilnya daripada siswa yang mendapatkan dengan pembelajaran PB. Hal sama berdasarkan penelitian yang dilakukan Sugiman (2010) menyimpulkan bahwa sekolah level tinggi dan sedang lebih cocok menggunakan PMR dibanding dengan metode biasa.

SIMPULAN DAN SARAN

Temuan penelitian menunjukkan adanya pengaruh positif dari PMR-MP terhadap abstraksi matematis. Kajian pendalaman melalui grounded theory terhadap aspek abstraksi matematis mendapatkan temuan bahwa PMR-MP analisis selected coding dari 7 aspek abstaksi di kategorisasikan menjadi 5 kategori antara lain: mengidentifikasi karakteristik objek berdasarkan pengalaman langsung atau imajinasi (K1), membuat generalisasi (K2), merepresentasi gagasan matematika dalam bentuk simbol matematika atau konsep matematika, grafik, gambar (K3), membuat hubungan/koneksi antar proses atau konsep matematika untuk membentuk pengertian baru (K4), dan mengaplikasikan konsep matematika pada konteks yang sesuai (K5).

Berdasarkan peran matematisasi progresif terhadap kemunculan karakteristik abstraksi berdasarkan kateri PAM (tinggi, sedang, rendah) menunjukan bahwa pada kategori PAM tinggi siswa mampu menunjukan kemunculan abstraksi dari L1 sampai L7 dengan rata-rata kemunculan sebesar 45,791. Pada kategori PAM level sedang, tingkat kemunculan abstraksi yaitu dari 7 abstraksi hanya 1 abstraksi yang tidak muncul yaitu L2 dengan rata-rata kemunculan abtraksi sebesar 25,426. Sedangkan pada kategori PAM rendah, kemunculan abstraksi ada 5 karakterisktik abstraksi yang muncul dan ada 2 jenis abstraksi yang tidak muncul yaitu L2, dan L6 dengan rata-rata kemunculan abstraksi sebesar 17,474. Hasil tersebut menunjukan pengetahuan awal matematis siswa memberikan pengaruh terhadap kemampuan abstraksi siswa, yaitu kemunculan abstraksi yang lebih besar dan bervariasi dibandingkan dengan PAM sedang sedang dan rendah

DAFTAR PUSTAKA

BSNP. (2006). Standar Isi Kurikulum Tingkat Satuan Pendidikan. Jakarta: Badan Standar Nasional Pendidikan, Departemen Pendidikan Nasional.

Dubinsky, E. (1991). Reflective abstraction in advanced mathematical thinking. In D. O. Tall (Ed.), Advanced Mathematical Thinking, (pp. 95–123). Dordrecht, the Netherlands: Kluwer

Ferrari, P. (2003). Abstraction in Mathematics. Departimento di science e tecnologie Avanzate, universita delp Piemonte Orientale, corso T. borsalino 54, 15100 alessandria AL. Italy: The Royal Society.

Gray, E & Tall, D. (2007). Abstraction as a Natural Process of Mental Compression. Mathematics Education Research Journal. Vol 19 No. 2. Hal 23-40.

Gravemeijer. (1994). Developing Realistic Mathematics Education. Utrecht: Kluwer Academic Publishers

Graveimeijer, K. 2010. Realistic Mathematics Education Theory as a Guideline for Problem-Centered, Interactive Mathematics Education. In Sembiring, R.K., Hoogland, K., & Dolk M. (2010). A Decade of PMRI in Indonesia. ISBN 90-6607-384-5. Utrecht: APS International.

Gravemeijer, K. (2011). How Concrete is Concrete. Zulkardi (penyunting), Journal on Mathematics Education (Indo MS-JME). 2(1). Hal: 1-13

Gusev, V. (2004). Abstraction in the Learning of Mathematics by Fifth Grades in Russia. Proceeding of the 28th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education. Bergen, Norway: PME.

Hasanah, F. (2010). Abstraksi Siswa SMP dalam Belajar Geometri melalui Penerapan Model van Hiele dan Geometers' Sketchpad (Junior High School Students‟ Abstraction in Learning Geometry through van Hiele‟s Model and Geometers‟ Sketchpad). Tesis Universitas Pendidikan Indonesia: Tidak diterbitkan.

Hershkowitz, R., Schwarz, B. B,. & Dreyfus, T. (2001). Abstraction in Context: Epistemic Actions. Jurnal for Research in Mathematics Education. 32(2). 195-222.

Jones, M. & Alony, I. (2011). Guilding the Use of Grounded Theory in Doctoral Studies. International Journal of Doctoral Studies, 6, 95-114.

Kairudin & Darmawijoyo. (2011). The Indonesian's Road Transportations as The Contexs to Support Primary School Student Learning Number Operation. Zulkardi (penyunting). Journal On Mathematics Education (Indo MS-JME). 2(1). Hal: 67-78

Mitchelmore, M. C., & White P. (1995). Abstraction in mathematics: Conflict, resolution and application. Mathematics Education Research Journal, 7, 50-68.

Mitchelmore, M., & White, P. (2004). Abstraction in mathematics and mathematics learning. In M. J. Hoines, & A. B. Fuglestad (Eds.), Proceedings of the 28th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education (Vol. 3, pp. 329-336). Bergen, Norway: Bergen University College

Mithelmore, M & White, P. (2007). Abstraction in Mathematics Learning. Mathematics Education Journal. Vol 19 No. 2. hal. 1-9. Deakin University [Online]. Tersedia :http://www.merga.net.au/documents/ MERJ_19_2_ editorial.pdf. Diakses 26 September 2015.

Nes, F. V. 2009. Young Children's Spatial Structuring Ability and Emerging Number Sense.

PISA. (2015). Draft Mathematics Framework. Terdapat pada: http://www.oecd.org/pisa/pisaproducts/pisa2015draftframeworks.htm. Diakses pada tanggal: 22 Mei 2015.

Putten, C.M.V., Petra A.V.D.B, and Beishuizen, M. (2005). Progressive Mathematization of Long Division Strategies in Dutch Primary Schools. Journal for Research in Mathemamatics Education, 36(1), 44-73.

Ruseffendi, H. E. T. (2006). Pengantar Kepada Membantu Guru Mengembangkan Kompetensinya Dalam Pengajaran Matematika Untuk Meningkatkan CBSA. Bandung: Tarsito

Subedi, K. (2014). Dealing with Abstraction: Reducing Abstraction in Teaching (Rat). Proceedings of the 33rd Annual Meeting of the North American Chapter of the International Group for the Psychology of Mathematics Education., 1243–1251.

Tall, D. (2002). Advanced Mathematical Thinking. Mathematics Education Library (Vol. 11. Pp 25-41). Kluwer Academic Publisher. United State of America.

Treffers, A. (1987). Three dimensions: A model of goal and theory descriptions in mathematics instruction – the Wiskobas project. Dordrecht, the Netherlands: Kluwer

William, G. (2007). Abstracting in The Context of Spontaneous Learning. Mathematics Education Journal. Vol 19 No. 2 hal. 69-88. Deakin University.http://www.merga.net.au/documents/MERJ_19_2_Williams. pdf. Diakses tanggal 26 maret 2008.

Wijaya, A. (2012). Pendidikan Matematika Realistik. Yogyakarta: Graha Ilmu.

Zulkardi. 2002. Development a Learning Enviroment on Realistic Mathematics Education for Indonesian Teacher. Dissertation of University of Twente. Enschede: Print Partners Ipskamp.